

1^{ère}

Thème 3 : La Terre, un astre singulier

Activité

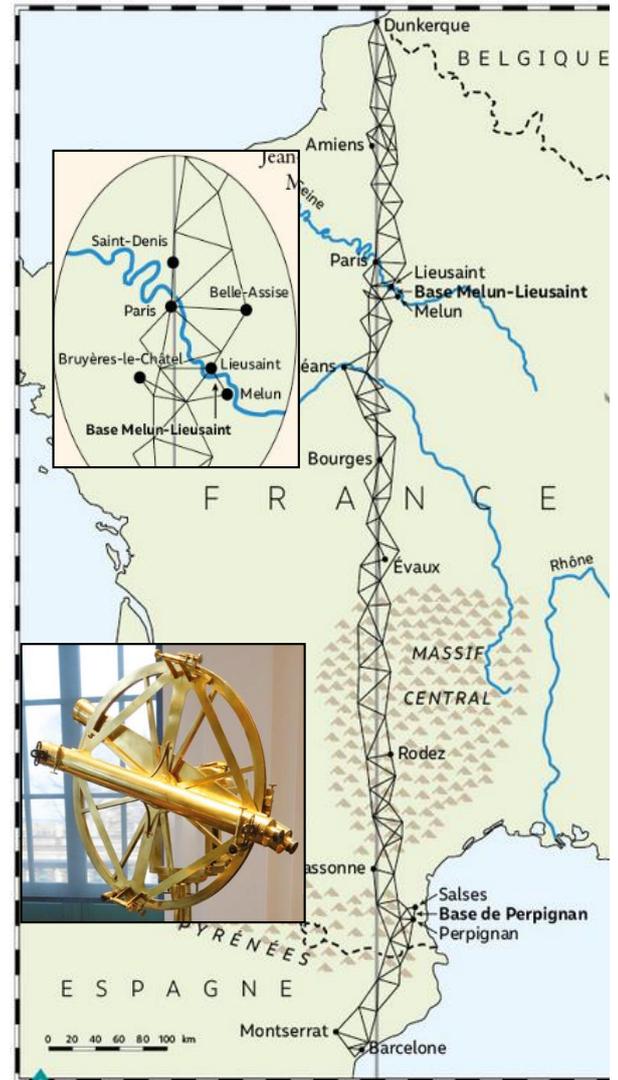
Ens. Scient.

Mesure de la longueur du méridien terrestre par Delambre et Méchain

 Chap.8

I. Un peu d'histoire

- A la fin du XVIII^{ème} siècle, en France, les unités de mesures diffèrent selon les régions, ce qui complique le développement du commerce et de l'industrie.
- L'académie des sciences est alors chargée de définir une nouvelle unité de mesure qui serait universelle et qui n'ait plus pour modèle l'Homme (on mesurait alors en pouce, en pied, en palme, en toise (étendue des bras) ...).
- Le mètre sera cette nouvelle unité de mesure de longueur universelle !
- **Le mètre sera défini comme égal au dix-millionième du quart du méridien terrestre.**
- Le méridien choisi est celui de Paris. En 1792, deux scientifiques français, Jean-Baptiste Delambre et Pierre Méchain, sont chargés de mesurer, le plus précisément possible, la partie du méridien entre Dunkerque et Barcelone. Les mesures de distances sont souvent difficiles et peu précises à cause du relief contrairement aux mesures d'angles.
- La méthode de triangulation est fondée sur des formules de trigonométrie. Pour calculer la longueur de l'arc méridien, J.B Delambre et P. Méchain réalisent durant 7 ans, des mesures qui vont « enfermer » celui-ci dans une chaîne de 94 triangles.
- **Documentaire** : « *Un mètre pour mesurer le monde* » : (Arte) <https://www.dailymotion.com/video/x1ns2j0> (51'45'')
- **Rappel** : le méridien astronomique correspond à un cercle passant par les pôles.



Questions

- 1) Dans quel contexte historique se trouvait la France à l'époque des travaux de J.B Delambre et P. Méchain qui expliquerait que les travaux aient duré si longtemps ?
- 2) En 1799 l'annonce des résultats des mesures est la suivante :
« *L'arc du méridien entre Dunkerque et Barcelone est de 9,674°. Il mesure 551 584,72 toises* ».
Par un calcul de proportions, calculer la mesure d'un quart de méridien en toises.
- 3) Retrouver, à l'aide de la partie grisée du texte, la valeur du mètre (en toise).
- 4) Sachant qu'une toise est une mesure de longueur valant 6 pieds soit 1,949 mètres. Vérifier que le méridien mesure bien 40 000 km environ.

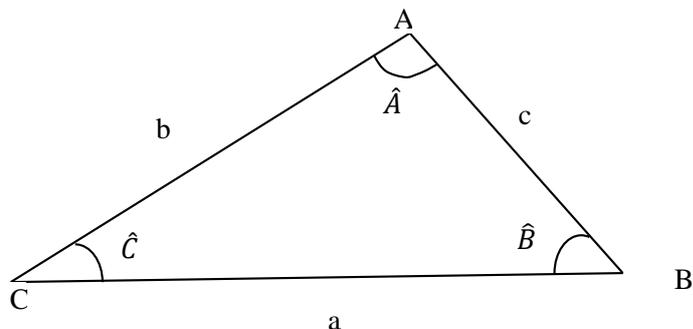
II. Méthode de triangulation

- Principe : <https://www.youtube.com/watch?v=fbqFWDyQK6s> (C'est pas sorcier) – 1'18''

Un peu de Maths

- La méthode de triangulation est fondée sur la formule des sinus, formule de trigonométrie dans un triangle quelconque, qui s'énonce de la façon suivante pour un triangle ABC :

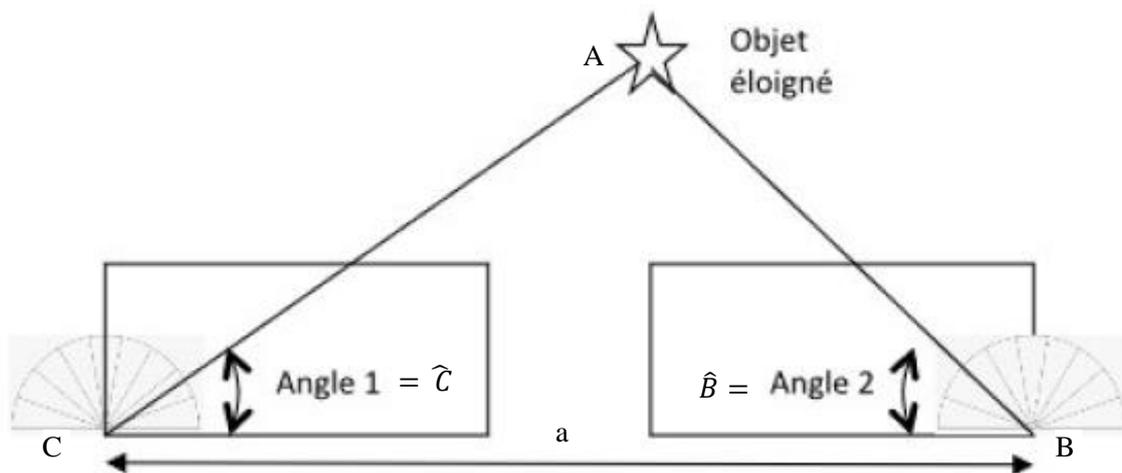
$$\frac{a}{\sin \hat{A}} = \frac{b}{\sin \hat{B}} = \frac{c}{\sin \hat{C}}$$



Matériel à votre disposition

- Deux rapporteurs imprimés sur papier.
- Un mètre ruban de 5,0 m ou un décamètre.

Protocole



- Cocher les cases au fur et à mesure de votre progression dans la réalisation du protocole.

- Placer les rapporteurs sur des tables de part et d'autre de l'allée centrale.
- Pour chaque rapporteur : placer la base du rapporteur aligné sur le bord de la table à 90°.
- A l'aide d'une règle (ou une feuille pliée en deux), viser l'objet avec son œil directeur
- Mesurer l'angle 1 sur le premier rapporteur.
- Mesurer l'angle 2 sur le deuxième rapporteur.
- Mesurer la distance a entre le centre des rapporteurs (prendre un mètre ruban).

Résultats

- Angle 1 lu sur le premier rapporteur : $\widehat{ACB} = \hat{C} = \dots\dots\dots$
- Angle 2 lu sur le second rapporteur : $\widehat{ABC} = \hat{B} = \dots\dots\dots$
- Distance entre les 2 rapporteurs (mesurée au mètre ruban) : $BC = CB = a = \dots\dots\dots$

Exploitation

- Déterminer la valeur de l'angle $\widehat{BAC} = \hat{A}$ à partir des valeurs des 2 autres angles.
- Avec la loi des sinus, Déterminer la valeur de la distance $CA = b$ séparant le centre du premier rapporteur à l'objet visé.
- Même travail pour la distance $BA = c$ séparant le centre du deuxième rapporteur à l'objet visé.
- On réalise les mesure « exactes » des distances b et c à l'aide d'un mètre-ruban ou d'un télémètre.

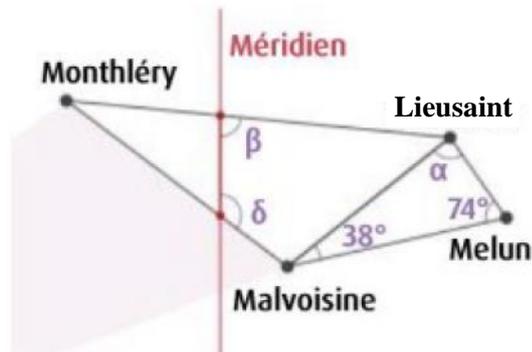
$b_{\text{théorique}} = \dots\dots\dots$; $c_{\text{théorique}} = \dots\dots\dots$

- Calculer votre pourcentage d'erreur sur les distances b et c. Conclure.

Donnée : % d'erreur = $\frac{|\text{valeur expérimentale} - \text{valeur théorique}|}{\text{valeur théorique}} \times 100$

III. Application de la triangulation

- 1) La distance entre Melun et Lieusaint sert de référence à Delambre et Méchain : Ils trouvent 11,8 km. Déterminer la valeur de l'angle α sur le schéma ci-dessus.



.....

- 2) Calculer la distance entre Melun et Malvoisine.

.....

Triangulation avec une chaîne de trois triangles

- Cet exercice illustre dans un cadre simplifié le calcul de la longueur du méridien, en utilisant trois triangles (au lieu des 94 triangles du travail de Delambre et Méchain).
- On souhaite calculer la longueur d'un morceau du méridien de Paris, caractérisé par le segment [AE]. Pour cela, on a « enfermé » le segment correspondant dans une chaîne de trois triangles et on a réalisé les mesures angulaires portées sur le schéma. On arrondira les distances à 0,1 km près.
- On dispose d'une seule distance : $AC = 10,0$ km.

- 3) Déterminer l'angle \widehat{AMC} .
- 4) Calculer les distances AM et MC
- 5) Calculer les angles du triangle CMN.
- 6) En déduire les distances MN et CN.
- 7) Déterminer les angles du triangle CNE, puis calculer la distance NE.
- 8) En déduire la distance AE.

